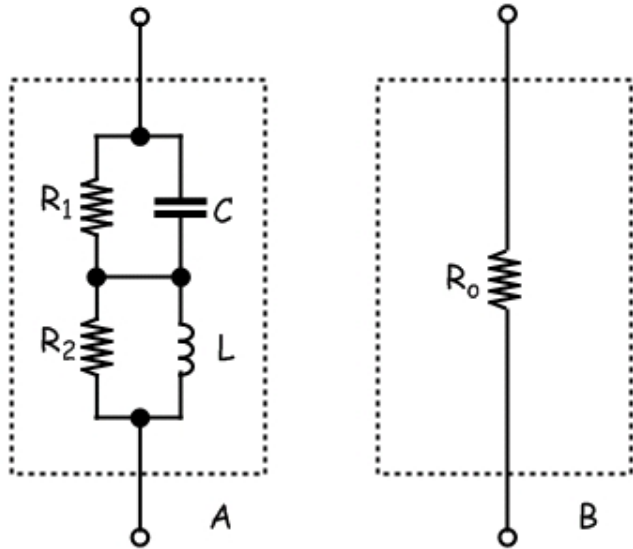


Problema delle due scatole (Slepian black box)



$$R_1 = R_2 = R_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

- condensatore e induttanze privi di perdita;
- resistori puramente resistivi;
- i valori dei componenti sono indipendenti dall'intensità della corrente che li attraversa, dalla tensione ai loro capi o dalla temperatura.

Posso distinguere il contenuto delle due scatole attraverso una misura elettrica?

Problema delle due scatole

Soluzione

- poiché l'impedenza di entrambi i circuiti è puramente resistiva e pari a $R_o = \sqrt{L/C}$ nessuna misura, né in regime periodico né in regime impulsivo, consente di distinguere tra i due bipoli

$$\begin{aligned} Z_A(p) &= (R_2 // pL) + \left(R_1 // \frac{1}{pC} \right) = \frac{pR_2L}{R_2 + pL} + \frac{R_1 \cdot \frac{1}{pC}}{R_1 + \frac{1}{pC}} = \frac{pL}{1 + pL/R_o} + \frac{R_1}{1 + pR_1C} = \\ &= \frac{pR_o^2C}{1 + pR_oC} + \frac{R_o}{1 + pR_oC} = R_o \frac{1 + pR_oC}{1 + pR_oC} = R_o \end{aligned}$$

- I due bipoli sono distinguibili unicamente ricorrendo ad una misura di rumore. Si colleghi una batteria ai terminali delle due scatole. Dopo un transitorio iniziale i resistori R_1 e R_o avranno raggiunto la temperatura T_1 , mentre R_2 rimarrà alla temperatura ambiente T_2 ($T_2 < T_1$). Dato che il valore della resistenza non cambia con la temperatura (ipotesi iniziale).

La densità spettrale della tensione di rumore del bipolo B sarà:

$$S_B(f) = 4kT_1R_o$$

La densità spettrale della tensione di rumore del bipolo A è invece pari alla somma di due contributi:

$$S_{A,R_1}(f) = 4kT_1R_o \frac{1}{1 + (2\pi f R_o C)^2}$$

$$S_{A,R_2}(f) = 4kT_2R_o \frac{(2\pi f R_o C)^2}{1 + (2\pi f R_o C)^2}$$

$$S_{A,R_1} + S_{A,R_2} = 4kT_1R_o \frac{1 + (2\pi f R_o C)^2 \cdot (T_2/T_1)}{1 + (2\pi f R_o C)^2} = S_B \cdot \frac{1 + (2\pi f R_o C)^2 \cdot (T_2/T_1)}{1 + (2\pi f R_o C)^2}$$

Le due scatole hanno distribuzioni spettrali differenti e perciò sono fra loro distinguibili.

p.s. la soluzione è valida partendo dal presupposto aggiuntivo che R_1 e R_2 siano fra loro termicamente isolate.